

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - MATEMATICA**  
**ESERCIZI DI AM120**

**A.A. 2024/2025 - ESERCITAZIONE XV**

**Esercizio.** Si studi la convergenza, al variare del parametro reale  $\alpha$ , degli integrali impropri

$$\int_0^\infty \frac{e^{-x^2} - |\cos x|}{x^\alpha} dx, \quad \int_0^1 \frac{1 - x^x}{(\sin \pi x)^\alpha} dx,$$

**Esercizio.** Discutere la convergenza delle seguenti serie, al variare di  $x \in \mathbb{R}$ :

$$\sum_{n=2}^\infty \left( \frac{x^{2n} + n^{2x}}{e^{nx} + 1} + \frac{(-1)^n}{\log n} \right), \quad \sum_{n=1}^\infty \frac{\tanh x}{x^n + 3^{-n}}$$

**Esercizio.** Sia  $f(x) = \{x\} \cdot \{1-x\}$  (dove  $\{\cdot\}$  è la parte frazionaria) e sia  $a_n := f\left(\frac{1}{2} + \frac{n^2}{3}\right)$ . Determinare  $\limsup a_n$  e  $\liminf a_n$ .

**Esercizio.** Sia  $f(x) = \cos x + (1+x) \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ . Discutere l'uniforme continuità di  $f$  su  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Esercizio.** Discutere la uniforme continuità della funzione  $f(x) = x^{\sqrt{2}} + x \sin \frac{1}{x}$  sui seguenti insiemi:  $A = (0, 1)$ ,  $B = (1, +\infty)$ ,  $C = \{x \in \mathbb{Q} : 0 < x < 10^{10}\}$